

TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

Exercice 1 : Algèbre de Boole

1. En utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole, démontrer les optimisations suivantes :
 - a) $a + \bar{a}b = a + b$
 - b) $ab + \bar{a}c = ab + \bar{a}c + bc$ (consensus)
2. Montrer que les opérateurs ET, NON et OU peuvent s'exprimer à partir de l'opérateur NOR.
3. Soient deux variables logiques X, Y, et l'opérateur $\Rightarrow$ défini comme suit :
$$X \Rightarrow Y = \bar{X} + Y$$

Montrer algébriquement que les propositions suivantes sont vraies :

- a) $B \Rightarrow (A \Rightarrow A)$
 - b) $\bar{A} \Rightarrow (A \Rightarrow B)$
 - c) $[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \Rightarrow [(A.B) \Rightarrow C]$
 - d) $[(A \Rightarrow B).(B \Rightarrow C)] \Rightarrow [A \Rightarrow C]$
 - e) $[(A \oplus B).(B \oplus C)] \Rightarrow [A \Rightarrow C]$
 - f) $\overline{[A \Rightarrow (A.B)]} \Rightarrow [B \Rightarrow (A.B)]$
4. Démontrer algébriquement les relations suivantes:
 - a) $AB + \bar{A}C = (\bar{A} + B)(A + C)$
 - b) $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$
 - c) $(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$
 - d) $AB + A\bar{B}C = AB + AC$
 - e) $(A\bar{B} + C) + (\bar{A} + B).\bar{C} = 1$
 - f) $(A + B)(A + \bar{B} + C) = (A + B)(A + C)$
 - g) $(AB + AC + BC) = (A + B)(A + C)(B + C)$
 - h) $\overline{(A + C)(B + \bar{C})} = (\bar{A} + C)(\bar{B} + \bar{C})$
 - i) $\overline{AC + B\bar{C}} = \bar{A}C + \bar{B}\bar{C}$
 - j) $AB + \bar{A}\bar{B} = A \oplus B$
 - k) $\bar{A} \oplus B = A \oplus \bar{B} = \overline{A \oplus B}$
 - l) $\overline{(A + B) \oplus (A + C)} = A + \overline{(B \oplus C)}$
 - m) $A \oplus B \oplus (AB) = A + B = \overline{(A \oplus B) \oplus (AB)}$
 - n) $\bar{A}C + A\bar{B} + \bar{A}B = (\bar{A} + \bar{B})(A + B + C)$
 - o) $\bar{A}\bar{C}D + \bar{B}D + AB\bar{C} + BCD + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} = A\bar{C} + D$
 - p) $AB + BC + AC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C = A + B + C$

TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

Exercice 2 : Tableaux de Karnaugh

- La fonction logique $f(a, b, c, d)$ est définie par la table de vérité ci-dessous. A l'aide de la méthode des tableaux de Karnaugh, déterminer l'expression logique simplifiée de f .

a	b	c	d	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

- Simplifier les diagrammes de Karnaugh suivants :

ab \ c	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	1	0	1	1

$f1$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	1	0	0	1

$f2$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$f3$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	x	0
01	1	x	0	1
11	1	0	x	1
10	x	0	1	X

$f4$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	0	0	1

$f5$

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

$f6$

TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

3. Soit la fonction qui suit :

$$f(a, b, c, d) = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{c}.d + a.\bar{c}.\bar{d} + a.b.c + a.\bar{b}.c + \bar{a}.\bar{b}.c.\bar{d}$$

- a) Donner la forme canonique de la fonction f .
- b) Simplifier algébriquement $f(a,b,c,d)$.
- c) Retrouver le même résultat en utilisant un tableau de Karnaugh.

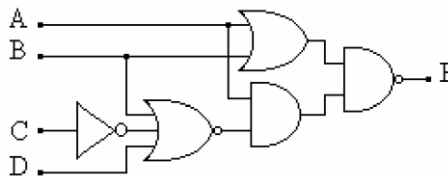
4. Soit la fonction $f(x, y, z)$ définie par la table de vérité suivante :

a	b	c	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

1. Ecrire la fonction logique correspondant à cette table de vérité sous la forme canonique.
2. Simplifier la fonction logique trouvée précédemment avec la méthode algébrique.
3. A l'aide de la méthode des tableaux de Karnaugh, déterminer la forme simplifiée de cette fonction et vérifier que votre simplification algébrique était correcte.

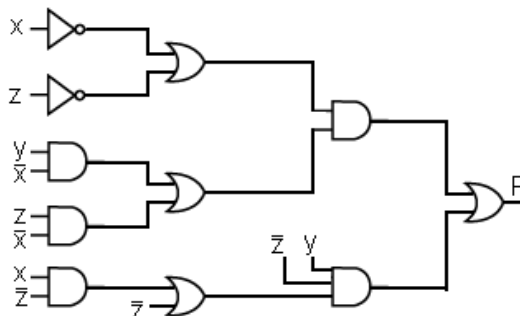
Exercice 3 : Etude du logigramme d'un circuit

1. Soit le circuit logique ci-dessous :



- a) Donner l'équation de F .
- b) Représenter F en utilisant que des NAND à 2 entrées et des inverseurs.

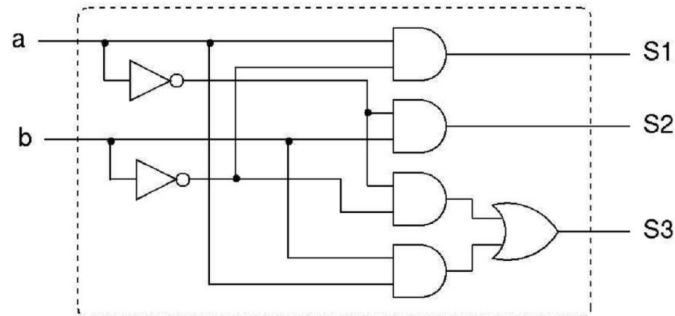
2. Soit le circuit logique ci-dessous :



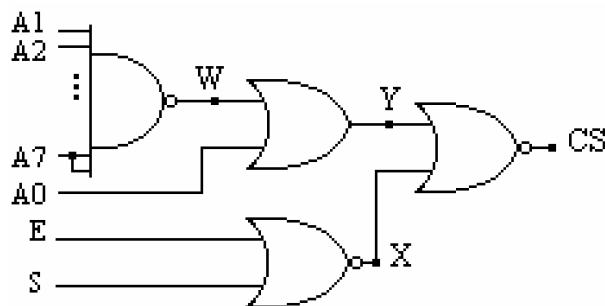
TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

- Déterminer l'expression logique de F.
- Définir la table de vérité du circuit.
- Construire la version simplifiée de ce circuit.

3. Soit le circuit logique ci-dessous :



- Déterminer les expressions logiques des trois sorties du circuit ci-dessus.
 - Définir la table de vérité du circuit.
 - Quel est le but de ce circuit ?
 - Réutiliser ce circuit pour construire un circuit au but équivalent mais traitant 8 entrées au lieu de 2.
4. Le circuit ci-dessous commande le moteur d'un enregistreur à cassette lorsque le microprocesseur envoie des données à cet enregistreur ou en reçoit de lui. Ce circuit met en marche le moteur quand $CS = 1$.



- Etablir les conditions d'entrée qui mettent le moteur en marche.
 - Dans la figure ci-dessus, le code envoyé pour activer l'enregistreur à cassette est A7 à A0 = FE_h. Modifier ce circuit pour que le microprocesseur ait à envoyer le code 4A_h pour activer l'enregistreur.
5. Problème : Vote au directoire
- Le comité directeur d'une entreprise est constitué de quatre membres, le directeur et ses trois adjoints A, B et C.
- Lors des réunions, les décisions sont prises à la majorité. Chaque personne dispose d'un interrupteur pour voter sur lequel elle appuie en cas d'accord avec le projet soumis au vote. En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur compte double.

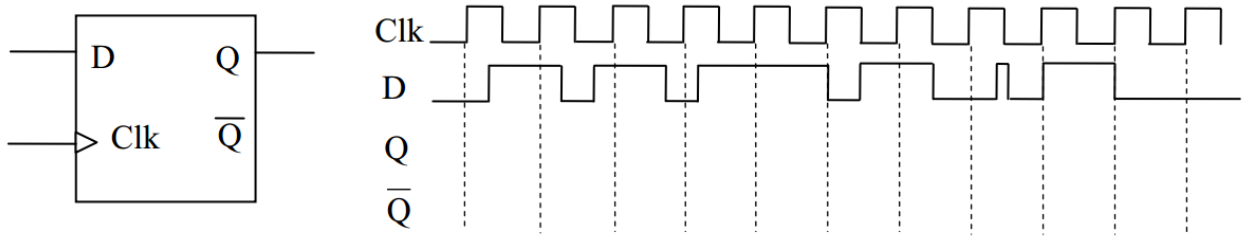
➔ Réaliser un dispositif logique permettant l'affichage du résultat du vote sur une lampe R.

TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

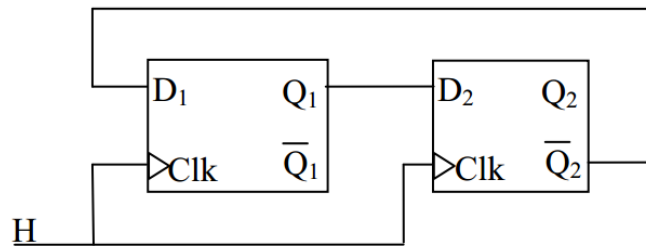
Exercice 4 : Etude d'un circuit utilisant des bascules D

Remarque : Les bascules que nous utilisons sont actives sur front montant.

1. Dessinez sur la figure ci-dessous le chronogramme correspondant aux sorties Q et $\bar{Q}$ de la bascule D représentée par le montage de la même figure.



2. Soit le circuit suivant : (Chenillard)

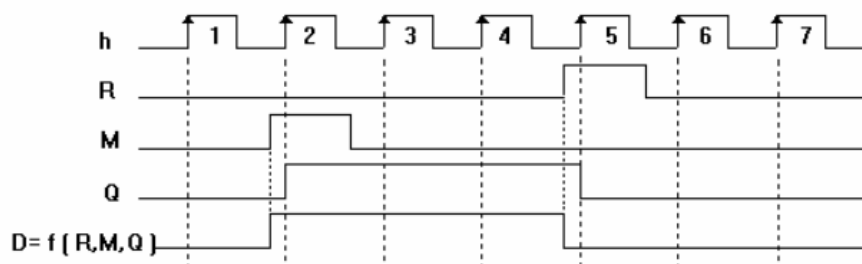


- a) A l'aide des sorties du montage de la figure 7, on veut réaliser les fonctions S1, S2, S3 et S4 telles que :
 - S1 = 1 si $Q_1 = Q_2 = 0$
 - S2 = 1 si $Q_1 = 1$ et $Q_2 = 0$
 - S3 = 1 si $Q_1 = Q_2 = 1$
 - S4 = 1 si $Q_1 = 0$ et $Q_2 = 1$

Déterminer les équations logiques des 4 fonctions S, donner la succession des états de Q1 et Q2 puis tracer les chronogrammes des Si.

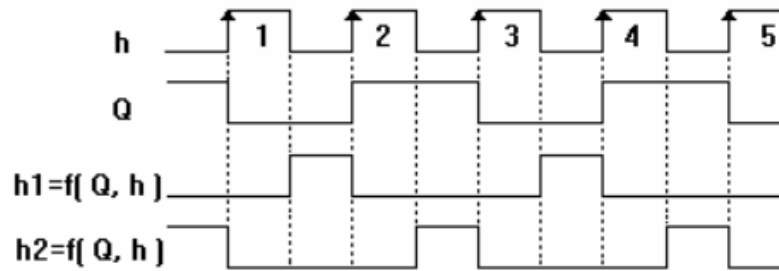
- b) On connecte les sorties Si à des LED s'allumant si $S_i = 1$ et restant éteintes sinon. Qu'observe-t-on sur l'ensemble des 4 LED connectées à S1, S2, S3 et S4 lorsque la fréquence de l'horloge vaut 1 Hz ? Lorsqu'elle vaut 100 Hz ?

3. Réaliser à l'aide d'une bascule D à déclenchement sur front montant et des portes logiques le circuit représenté par le chronogramme suivant :



TD2 : Logique combinatoire et séquentielle

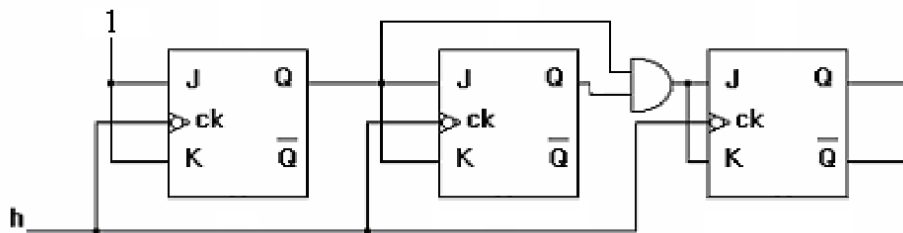
4. Réaliser, à l'aide d'une bascule D à déclenchement sur front montant et des portes NOR, le circuit représenté par le chronogramme suivant :



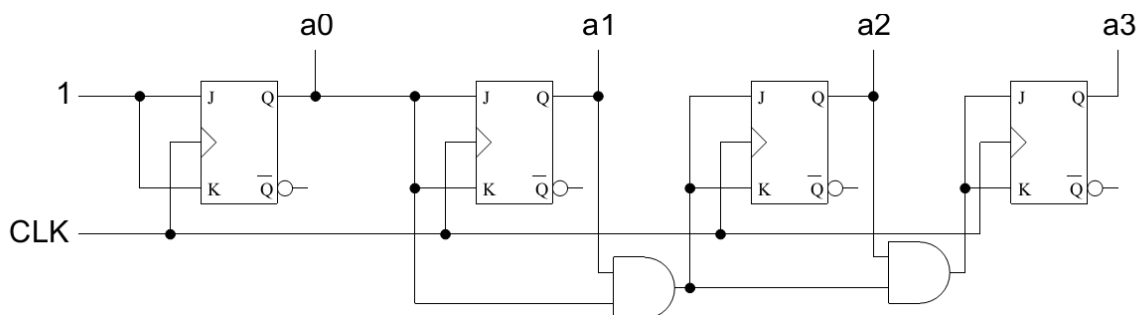
Exercice 5 : Etude d'un circuit utilisant des bascules JK

Remarque : Les bascules que nous utilisons sont actives sur front montant.

1. Tracer le chronogramme du circuit suivant en supposant qu'initialement, le circuit est dans l'état « 0 ».



2. Le circuit ci-dessus utilise 4 bascules JK. Le signal CLK correspond à un signal d'horloge et le signal 1 correspond à un signal ayant la valeur de 1 en continu.



- Dessiner le chronogramme des 4 sorties a_x du circuit
- En déduire le but de ce circuit
- Modifier ce circuit pour que la valeur maximum calculée ne soit plus 15 mais 9
- Définir une variante de ce circuit (hors modification de la version précédente) en version asynchrone (les 4 bascules ne sont pas synchronisées sur le même signal d'horloge)